

# 基于多小波的 SPIHT 改进算法

方志军 李润午 韦礼珍 杨寿渊 万征

(江西财经大学信息管理学院, 南昌 330013)

**摘要** 为了进一步提高图像编码效率,利用多小波子带上各个分量间的相关性以及分量间能量分布的特点,提出了一种 SPIHT 改进算法。该算法是根据高频子带第 1 分量无效值的分布来预测其他 3 个分量上不重要系数的位置信息,由于减小了无效集判别过程中的扫描范围,从而可加快编码速度。实验结果表明,该算法既提高了编码效率,又保持了压缩性能。

**关键词** 图像压缩 SPIHT 算法 系数重排 多小波变换

中图分类号: TN919.81 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2007)10-1790-04

## An Improved SPIHT Algorithm Based on Multiwavelet

FANG Zhi-jun, LI Run-wu, WEI Li-zhen, YANG Shou-yuan, WAN Zheng

(School of Information Technology, Jiangxi University of Finance & Economics, Nanchang 330013)

**Abstract** This paper exploits the distribution of energy and correlation between various components of sub-bands and modifies the SPIHT algorithm. In this scheme, insignificant coefficients of first component in high-frequency sub-bands that correspond to the same spatial location in other components can be used to reduce the scanning scope in the process of invalid set discrimination. Both theoretic analysis and experiment results confirm good compression performance and low complexity at the same time.

**Keywords** image compression, SPIHT algorithm, coefficients rearrangement, multiwavelets transform

## 1 引言

在基于小波变换的图像压缩编码算法中,Shapiro 提出的嵌入式零树小波编码算法(embedded-zero wavelet, EZW)<sup>[1]</sup>,其在静止图像压缩编码领域具有里程碑式的意义。此后,Said 和 Pearlman 等在 EZW 的基础上,提出了多级树集合划分编码算法(set partitioning in hierarchical trees, SPIHT)<sup>[2]</sup>,SPIHT 算法由于采用了有效的空间方向树结构和比特平面编码方法,因此能获得高压压缩编码效率的嵌入式码流,并支持解码器的多码率解码,同时有利于图像的渐进传输。图像小波变换编码领域中,SPIHT 被认为是目前效率较高的算法之一。

目前的 SPIHT 算法,多是基于传统小波变换的

编码,由于传统小波基不能同时具有正交性、正则性、高消失矩、紧支性和对称性等特性,从而导致重构效果并不十分理想,这就影响到压缩编码的性能。为了弥补传统小波变换的缺陷,Geronimo 等人应用分形插值的方法构造出著名的 GHM 多小波<sup>[3]</sup>,这种多小波兼顾了正交性、正则性、高消失矩、紧支性和对称性等特性。近年来,多小波因其性能上的优势,已被引入到的 SPIHT 编码算法中<sup>[4-6]</sup>。文献[5]和文献[6]利用多小波与传统小波分解系数结构上的差异,采用了一些新的系数组合方式,改进了 SPIHT 算法,取得了较好的编码效果,但研究更多是考虑低频部分系数的相关性,而高频部分子带中各个分量系数特点并未得到利用,这就影响了多小波编码性能的提升。

本文利用多小波高频部分同一子带中各个分量

基金项目:国家自然科学基金项目(60662003,60462003,10626029);江西省教育厅科技项目([2007]269号)

收稿日期:2007-06-06;改回日期:2007-07-05

第一作者简介:方志军(1971~),男,副教授,硕士生导师。主要研究方向为图像通信与多媒体技术。E-mail:zjfang@gmail.com

之间的相关性及其能量的阶梯分布特点,提出了一种 SPIHT 改进算法。实验结果表明,改进的算法在压缩性能保持不变的前提下,能有效地降低编码复杂度。

### 2 多小波 SPIHT 算法

#### 2.1 离散多小波变换

多小波变换是在小波变换的基础上发展起来的一种新的信号分析工具,它是由一个以上的函数作为尺度函数生成的小波,它将单小波中由单个尺度函数生成的多分辨分析空间扩展为由多小波的多个尺度函数生成。

多小波变换与单小波变换最大的区别是多小波在变换之前要先进行预滤波,这样做是为了消除多小波的不恰当离散性。同时多小波重构前也需要进行后滤波。以 Sa4 多小波为例,2 级多小波分解过程如图 1 所示。在图 1 中,  $L_0L_0$ 、 $L_0L_1$ 、 $L_1L_0$ 、 $L_1L_1$  分别表示低频子带的 4 个分量,  $H_0L_0$ 、 $H_0L_1$ 、 $H_1L_0$ 、 $H_1L_1$  表示的是垂直方向高频子带的 4 个分量,其他子带也类似。

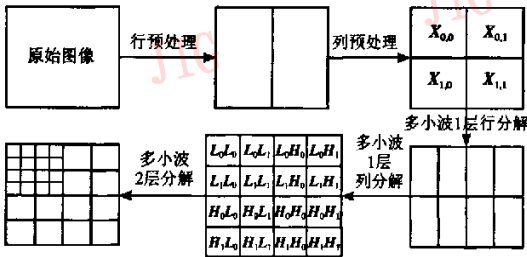


图 1 2 维信号 2 级多小波分解

Fig. 1 Single-level decomposition for multiwavelets

#### 2.2 基于多小波变换的 SPIHT 编码

SPIHT 之所以能够取得较理想的图像压缩质量是因为该方法利用了小波系数间的相关性(层间、同层子带相关性)。但对于一级多小波变换而言,原始图像经过多小波变换后,图像被分成 4 个子带,同时每个子带包含 4 个分量(见图 1)。这就破坏了 SPIHT 编码方法所假定的父子关系。因此,必须对多小波变换后的系数进行重组,以符合 SPIHT 编码的要求。

文献[5]提出了一种平衡多小波系数的重排方法(balanced multiwavelet coefficients rearrangement, BMCR),即将每个子带的 4 个分量的系数进行 4 合 1 重组。

文献[6]在分析多小波变换系数统计特征的基础上,提出了一种新的重组方式,具体调整方法如下(以一级 Sa4 小波分解为例):

(1) 将多小波分解后低频子带的 4 个分量中的  $L_0L_1$ 、 $L_1L_0$ 、 $L_1L_1$  看作是图像的第 2 级分解的高频分量,把  $L_0L_0$  看作整个频域图像的低频部分。

(2) 将高频部分子带的 4 个分量相应位置的系数直接进行组合(系数重组方式见图 2(a)),生成的新子带  $LH'$ 、 $HL'$ 、 $HH'$  如图 2(b) 所示。

对 1 级多小波分解系数调整后,系数结构等同于 2 级传统小波分解系数结构,同时对应 SPIHT 编码中深度为 3 的方向树结构。这样调整后,不仅能符合 SPIHT 编码的要求,而且充分利用了低频部分  $L_0L_0$ 、 $L_0L_1$ 、 $L_1L_0$ 、 $L_1L_1$  之间的相关性,因此与简单 4 合 1 的多小波 SPIHT 算法相比,具有更高的编码效率。

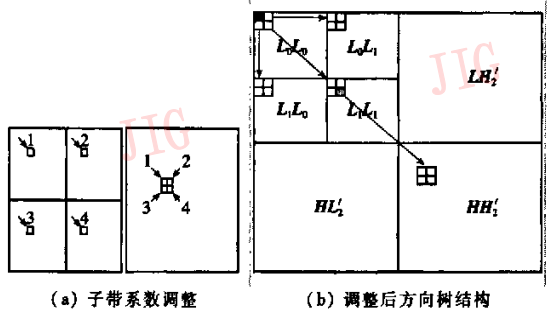


图 2 多小波的系数重组

Fig. 2 Coefficients rearrangement based on multiwavelet transform

### 3 SPIHT 算法的改进

文献[6]根据多小波分解后低频部分分量之间的相关性,对 SPIHT 算法进行了调整,有效地提高了编码性能,但该算法需要增加方向树的深度,不仅加大了算法的复杂度,而且没有利用高频部分系数的分布特点。对于同一高频子带 4 个分量,目前的多小波编码方案只是简单地组合成一个(2x2)块,并未考虑各个分量间的相关性以及能量的分布。

由于每个高频子带的 4 个分量具有较强的相关性,因此如何对其加以利用,以提高编码效率是本文研究的出发点。本文对标准图像 man.bmp 进行了 Sa4 多小波分解,并分析了频域子带的能量分布情况(表 1 是频域图像高频部分各个分量上能量的分布情况),其具有以下特点:

表 1 高频子带内 4 个分量能量分布

Tab.1 The distribution of Energy and Correlation between various components in intra-subbands

	$LH_3(10^5)$	$LH_3(10^5)$	$HH_3(10^5)$	$LH_2(10^5)$	$HL_2(10^5)$	$HH_2(10^5)$	$LH_1(10^5)$	$HL_1(10^5)$	$HH_1(10^5)$
1	74.9	52.2	18.8	53.4	38.7	11.0	29.3	18.1	5.80
2	35.9	32.8	10.9	28.6	21.1	7.00	12.6	11.0	3.18
3	37.9	19.9	9.74	23.3	24.1	6.19	13.6	8.31	2.88
4	21.1	15.2	6.74	12.9	9.85	3.94	6.66	4.91	1.89

(1) 高频子带级数越高,能量越大,其包含的图像信息越多,而级数越低,能量越小,其包含的图像信息越少;

(2) 同一子带内 4 个分量中,第 1 个分量的能量明显大于其他 3 个分量。

多小波频域不但在能量分布上具有上述特点,而且同一高频子带上的第 1 个分量与其他 3 个分量存在很强的相关性。这就是说,在编码过程中,当子带第 1 分量中某一位置上的系数属于无效值时,同一子带其他 3 个分量中相应位置上的系数幅值大于阈值的概率会很小,而且子带所处的级数越低(能量越少),上述特征就越显著。在进行无效集判别时,如能利用这种相关性以及分量间能量分布特点,那么就可通过第 1 分量无效系数的分布来预测其他分量上不重要系数的位置信息。

改进的 SPIHT 算法描述如下:

根据上节分析, SPIHT 编码在进行有效集判别时,可以只对无效集中第 1 分量上的系数进行有效值判断扫描,如果相应结点的幅值小于阈值,那么就将此集合判定为无效集。这样对无效集的判定能减少 3/4 的扫描次数,但也极有可能导致无效集的误判,而影响图像重构质量。为了平衡编码性能,本文算法对于初始结点后续  $m$  代以内子孙进行全扫描,而对  $m$  代之后子孙只进行第 1 分量的扫描( $m$  小于等于分解级数,  $m$  取值根据多小波变换后系数的能量分布确定,能量越集中,  $m$  取值越小)。改进的 SPIHT 算法中所使用的集合分割策略如下:

$$\begin{cases} Z_{(i,j)} = (i,j) + D_{(i,j)} \\ D_{(i,j)} = O_{(i,j)} + L_{(i,j)} \\ L_{(i,j)} = \sum_{k,l} D_{(i,j)}(k,l) \in O_{(i,j)} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} L_{(i,j)} = O_{(i,j)}^{(m)} - O_{(i,j)} + L_{(i,j)}^{(>m)} \\ L_{(i,j)}^{(>m)} = L_{(i,j)}^{(>m)} + L_{k(i,j)}^{(>m)} \end{cases} \quad (2)$$

改进的集合分割策略由式(3)、式(4)组成,式(3)是传统算法的所采用的的分割策略,式(4)是本

文算法中添加的集合分割策略。分割策略中所使用的集合定义如下:  $Z_{(i,j)}$  表示结点  $(i,j)$  及其所有后继结点的坐标集合;  $D_{(i,j)}$  表示结点  $(i,j)$  的所有后继结点的坐标集合;  $O_{(i,j)}$  表示结点  $(i,j)$  的直接后继结点的坐标集合;  $L_{(i,j)}$  表示结点  $(i,j)$  的除直接后继结点外所有后继结点的坐标集合;  $O_{(i,j)}^{(m)}$  表示结点  $(i,j)$  的  $m$  代以内子孙的坐标集合;  $L_{(i,j)}^{(>m)}$  表示结点  $(i,j)$  的  $m$  代以外子孙的坐标集合;  $L_{(i,j)}^{(>m)}$  分别表示子带第 1 分量上子孙( $m$  代以外)的坐标集合;  $L_{k(i,j)}^{(>m)}$  表示子带第 2、3、4 分量上子孙( $m$  代以外)的坐标集合( $k=2,3,4$ )。根据上述集合分割策略,改进的无效集判别过程的算法描述如图 3 所示。

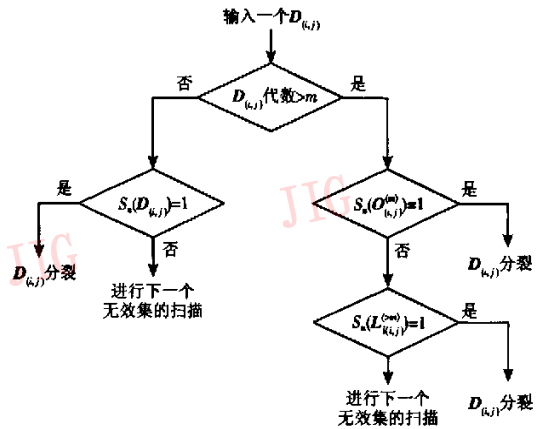


图 3 改进的无效集判别

Fig.3 Modify process of invalid Set discrimination

### 4 实验结果

为验证本文算法的效果,以  $512 \times 512 \times 8\text{bits}$  标准图像 man 和 lena 为例进行了编码实验。实验时,首先在对标准图像进行 5 级多小波分解(利用图 3 所述的系数重组方法进行系数调整,5 级多小波系数结构对应 SPIHT 编码中 7 级树形结构);接下来,

再根据方向树能量分布(见表 2)确定全扫描代数  $m$  的取值(以 man 图像的 Sa4 小波分解系数为例):从表 2 中可以看出,前 4 代(根结点和其后续 3 代子孙)的结点能量占到全部能量的 98.3%,因此只对直接 3 代子孙数进行全扫描,就能保证具有绝大部分能量;而余下 3 代结点的能量已经很小,由于无效系数分布的预测误判率很低,因此基本上不会对图像重构效果造成影响。确定  $m$  值以后,再使用新的无效集判别方法进行 SPIHT 编/解码,最后与文献[6]的算法进行了同等条件下的比较。

表 2 方向树结构能量分布

Tab.2 Distribution of Energy in the direction tree

	1	2	3	4	5	6	7
能量(%)	91.5	95.1	97.0	98.3	99.1	99.7	100

表 3 是用文献[6]与本文算法重构图像在峰值信噪比(peak signal noise ratio, PSNR)和无效集判别次数上的对比。为了验证算法的性能适应性,这里分别采用了 Sa4、CL 多小波基对标准图像 man 和 lena 进行 SPIHT 编码。

表 3 图像峰值信噪比和无效集判别的扫描次数

Tab.3 PSNR and scanning times in invalid Set discrimination

图像 (多小波)	码率 (bpp)	PSNR(dB)		T(扫描次数)	
		文献[6] 方法	本文方法	文献[6] 方法	本文方法
man (Sa4)	0.1	26.088 9	26.091 1	2 994 968	1 180 112
	0.2	28.247 9	28.248 2	3 321 180	1 450 208
	0.3	29.564 8	29.565 7	3 675 692	1 780 252
	0.4	30.916 5	30.916 7	3 731 712	1 835 332
lena (CL)	0.1	29.287 9	29.288 0	2 410 816	1 005 184
	0.2	32.161 4	32.161 4	2 862 152	1 322 888
	0.3	34.232 2	34.233 8	2 987 920	1 421 672
	0.4	35.540 7	35.542 9	3 291 976	1 676 120

设置  $m = 3$ ,对于余下的 3 代子孙(占整个无效集判别过程中扫描范围的  $\frac{63}{64}$ ),只对第 1 分量的系数进行扫描,这样在每一轮阈值扫描时,最多能减少 193 536 次的判别。无效集判别中扫描次数的比较

见表 3,从表 3 数据可以看出,改进的 SPIHT 算法中无效集判别时的扫描次数减了 1/2 ~ 2/3 左右。

实验结果表明,在相同的压缩率下,本文算法重构图像的峰值信噪比与文献[6]算法相当,而时间复杂度则明显降低。同时从表 3 还可以得到,在码率较小时,改进算法不仅节省了运算时间,而且重构的图像质量也稍好于文献[6]算法。这是因为压缩比较高时,SPIHT 算法进行到较高比特平面编码,码流已经截断,改进算法能保留更多的低频系数,因此具有更好的图像重构效果。

## 5 结 论

本文以多小波 SPIHT 编码算法为基础,提出了一种改进的嵌入式图像编码算法。该算法采用了一种适于多小波变换系数结构的集合分割策略,利用变换后高频部分同子带不同分量间的相关性和其能量分布特点,提出了一种新的无效集判别方法。改进的 SPIHT 算法,在保持图像重构质量不变的情况下,提高了编码速度。

## 参考文献 (References)

- Shapiro J M. Embedded image coding using zerotrees of wavelet coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445 ~ 3462.
- Said A, Pearlman W. A new fast and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees [J]. IEEE Transactions on Circuits System Video Technology, 1996, 6(6): 243 ~ 250.
- Geronimo J S, Hardin D P. Fractal functions and wavelet expansions based on several scaling functions [J]. Journal of Approx Theory, 1994, 78(3): 373 ~ 401.
- Khan E, Ghanbari M. Very low bit rate video coding using virtual SPIHT [J]. IEEE Electronics Letters, 2001, 37(1): 40 ~ 42.
- Zheng Wu, Yu Sheng-shen, Zhou Jing-li, et al. Orthogonal balanced multiwavelet and its study on image coding [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(11): 1490 ~ 1495. [郑武,余胜生,周敬利等. 正交平衡多小波的构造及其在图像编码中的研究 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2004, 16(11): 1490 ~ 1495.]
- Martin M B, Bell Amy E. New image compression techniques using multiwavelets and multiwavelet packets [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(4): 500 ~ 510.